15

L. P. Kairouan	Devoir de Synthèse N°2	Prof: Chouihi
Le : 06 –03 – 09	Durée : 2heures	Classes: $2SC_{2+3}$

tre C

xercice N°1 (4,5 points)

A/ Parmi les réponses proposées, une et une seule est correcte ; noter sur votre copie le numéro de la question et la lettre qui correspond à la bonne réponse.

1) La suite U définie sur IN par : $U_n = 5n - 2$ est :

a) Arithmétique de raison r = - 2 et de premier terme $U_0 = 5$.

b) Arithmétique de raison r = 5 et de premier terme $U_0 = -2$.

c) Géométrique de raison q = 5 et de premier terme $U_0 = -2$.

2) La suite U définie sur IN par : $U_n = 2\times(-3)^n$ est :

a) Géométrique de raison q = 2 et de premier terme $U_0 = -3$..

b) Arithmétique de raison r = -3 et de premier terme $U_0 = 2$.

c) Géométrique de raison q = -3 et de premier terme $U_0 = 2$.

3) ABCD est un carré de centre O et de sens direct.

a) D est l'image de B par la rotation indirecte de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

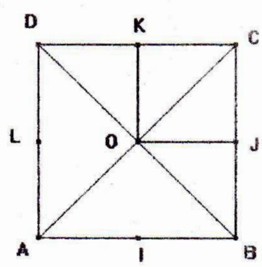
b) D est l'image de A par la rotation indirecte de centre O et d'angle $\frac{3\pi}{2}$.

c) (DC) est l'image de (BC) par la rotation directe de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

B/ Dans la figure ci-contre ABCD est un carré de centre O et de sens direct ,

I, J, K et L sont les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD] et [DA].

Recopier sur votre copie puis compléter chacune des propositions suivantes :



1) Le carré ABCD est l'image du carré OJCK par l'homothétie de centre ……… et de rapport ……

2) Le carré OKDL est l'image du carré OIBJ par la rotation de centre …….. et d'angle ……..

3) Le triangle LKD est l'image du triangle IJO par la translation de vecteur ………

Exercice N°2 (4 points)

A l'extérieur d'un triangle ABC de sens direct on construit les triangles équilatéraux ABI et BCJ et ACL.

1) On désigne par r la rotation directe de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a) Préciser, en justifiant, r(I) et r(C).

b) En déduire que IC = BL

2) En considérant une rotation de centre B, dont on précisera le sens et l'angle, montrer que AJ = IC.

3) On suppose que le point A est fixe et que le point I décrit un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon R.

Déterminer l'ensemble décrit par le point B lorsque I décrit $\mathscr{C}$.

Exercice N°3 (6 points)

Soit la suite U définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \dfrac{2}{3-U_n} \ ; n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) a) Calculer U_1 et U_2.

b) La suite U est elle arithmétique ? est elle géométrique ?

2) On définit la suite V par : $V_n = \dfrac{U_n - 2}{U_n - 1}$; $n \in \mathbb{N}$

a) Calculer V_0, V_1 et V_2 .

b) Montrer que V est une suite géométrique dont on précisera la raison.

c) Exprimer V_n en fonction de n.

d) En déduire que : $U_n = \dfrac{2^{n+1} - 2}{2^{n+1} - 1}$

3) On pose $S = \dfrac{1}{1-U_0} + \dfrac{1}{1-U_1} + \ldots\ldots + \dfrac{1}{1-U_n}$. Montrer que $S = 2^{n+2} - n - 3$.

Exercice N°4 (5,5 points)

Soit ABC un triangle isocèle de sommet principal A inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et D le point diamétralement apposé à C sur $\mathscr{C}$. Soit A' le milieu de [BC], I le point d'intersection des droites (BD) et (AC) et h l'homothétie de centre C et de rapport 2.

1) Déterminer h (A') et h (O).

2) a/ Déterminer h< (AC) > et h < (AA') >.

b/ En déduire que A est le milieu de [CI].

3) La tangente Δ au cercle $\mathscr{C}$ en A coupe (BD) en T et la droite (CT) coupe la droite (AA') en K.

a/ Montrer que h (K) = T.

b/ Montrer que T est le milieu de [BI].

c/ Montrer que K est le milieu de [AA'].

3) Préciser l'homothétie h' qui transforme A en T et K en B.